###### Табличный алгоритм замены базисных переменных.

«Переразрешение» системы относительно новых базисных переменных удобно производить *по табличному алгоритму*.

Пусть дана система:

*y*1 , *y*2 , *y*3

* базисные,

*y*1  *a*11*x*1  *a*12 *x*2  *a*13*x*3  *b*1 *y*2  *a*21*x*1  *a*22 *x*2  *a*23*x*3  *b*2 *y*3  *a*31*x*1  *a*32 *x*2  *a*33*x*3  *b*3

*x*1, *x*2 , *x*3 - свободные переменные.

(6.1)

Требуется

*x*2  *y*3 .

Перепишем (6.1) в форме:

*y*1  *b*1  (11*x*1  12 *x*2  13 *x*3 ) *y*2  *b*2  (21*x*1  22 *x*2  23 *x*3 ) *y*3  *b*3  (31*x*1  32 *x*2  33 *x*3 )

где 11  *a*11 ; 12  *a*12 ; … ; 33  *a*33

(6.2)

Форма записи (6.2) – называется *стандартной*. Стандартную запись (6.2) можно задать *стандартной таблицей*:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | своб. чл. | *x*1 | *x*2 | *x*3 |
| *y*1 | *b*1 | 11 | 12 | 13 |
| *y*2 | *b*2 |  21 | 22 |  23 |
| *y*3 | *b*3 | 31 | 32 | 33 |

Строку и столбец, где стоит *разрешающий элемент разрешающий строкой и разрешающим столбцом*.

32

назовём

Найдём из (6.2) коэффициенты, которые нужно поставить в

разрешающей строке после операции уравнение из (6.2.)

 

*x*2  *y*3 . Решаем для этого третье

*x*  *b*3

2 

 31



*x*  1

1 

*y*3 

1231

##### 



*x*3 

(6.3)

32  32 32 32 

В (6.3) найдены элементы новой строки, соответствующей разрешающей строке. Для получения остальных строк, например, первой делаем

постановки. Подставим

*x*2 из (6.3) в первое уравнение из (6.2) и приведя

подобные члены получим:

 12*b*3  

1231 

 12  

1233  

*y*1  *b*1     11  

*x*1     *y*3  13  

*x*3 

 32  

32   32  

32  

Проведя аналогичное действие для второй строки, в итоге получим преобразованную таблицу

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | своб. чл. | *x*1 | *y*3 | *x*3 |
| *y*1 | *b*  12*b*31 32 |   123111 32 |  1232 |   123313 32 |
| *y*2 | *b*  22*b*32 32 |   223121 32 |   2232 |   223323 32 |
| *x*2 | *b*332 |  31 32 | 1 32 |  33 32 |

Обобщая проведенные действия, можно записать теперь алгоритм преобразования стандартной таблицы в следующем виде:

1. Разрешающий элемент заменяют на обратную ему величину.
2. Все остальные элементы разрешающей строки делятся на разрешающий элемент.
3. Все элементы разрешающего столбца (кроме самого разрешающего элемента) делятся на разрешающий элемент и меняют знак.
4. Каждый из остальных элементов подвергается следующему преобразованию: к нему прибавляется произведение элемента, стоявшего в прежней разрешающей строке в том же столбце на элемент, стоящий в новом разрешающем столбце в той же строке. Алгоритм справедлив для любого числа уравнений и свободных

переменных и для любой замены

*x j*  *yi* .

Такую же замену переменных надо сделать и для Е:

E  *c*0  *c*1*x*1  *c*2 *x*2  ...  *c*n *xn* - *исходная* форма

(\*)

*E*  *c*0  1*x*1   2 *x*2 ...   *k xk* 

- *стандартная* форма. Здесь

1  *c*1 ;

 2  *c*2 ; … ;  *n*  *cn* . Следовательно, строку (\*) можно вписать в

стандартную таблицу. При замене

x j  *yi*

для этой строки Е можно

применять тот же табличной алгоритм. *Только из этой строки никогда не выбирается разрешающий элемент*.

С помощью табличного алгоритма обмена переменных в уравнениях ОЗЛП можно решить любую задачу линейного программирования или же убедиться, что она не имеет решения.

Нахождение решения распадается на 2 этапа:

1. отыскание опорного решения;
2. отыскание оптимального решения.

*В процессе первого* этапа попутно выясняется имеет ли вообще задача допустимые решения, если да, то находят опорное решение, для которого все свободные переменные равны нулю, а все базисные – неотрицательны.

*В процессе второго* этапа попутно выясняется, ограничена ли снизу линейная функция Е; если нет, то оптимального решения нет. Если да, то оно

находится после того или другого числа операций

x j  *yi* .

Оба эти этапа удобно выполнять с помощью описанного алгоритма преобразования стандартных таблиц.